

Ejercicios y problemas

1. Ecuaciones de 1º y 2º grado

Resuelve mentalmente las siguientes ecuaciones:

55 $4x^2 - 25 = 0$

Solución:

$$x_1 = -5/2, x_2 = 5/2$$

56 $(x - 2)(x + 3) = 0$

Solución:

$$x_1 = 2, x_2 = -3$$

57 $x\left(x + \frac{1}{2}\right) = 0$

Solución:

$$x_1 = 0, x_2 = -1/2$$

58 $6x^2 - 5x = 0$

Solución:

$$x_1 = 0, x_2 = 5/6$$

Resuelve las siguientes ecuaciones:

59 $\frac{x-2}{3} - \frac{x-4}{5} = \frac{x+3}{10}$

Solución:

$$x = 5$$

60 $x + \frac{1}{6} + \frac{1-4x}{5} = \frac{2x-1}{3}$

Solución:

$$x = 3/2$$

61 $x(x-3) = 18$

Solución:

$$x_1 = 6, x_2 = -3$$

62 $\frac{x-6}{5} = \frac{x-5}{4} + \frac{1-x}{6} - \frac{7}{10}$

Solución:

$$x = -5$$

63 $\frac{x^2+3}{4} = 1 - \frac{x-1}{8}$

Solución:

$$x_1 = -3/2, x_2 = 1$$

64 $3(x-2) + (x-2)x = 2x$

Solución:

$$x_1 = 3, x_2 = -2$$

65 $\frac{x-2}{3} + x = \frac{x-4}{5} + \frac{5x+14}{10}$

Solución:

$$x = 2$$

66 $(x+2)(x-1) = x+7$

Solución:

$$x_1 = -3, x_2 = 3$$

67 $\frac{x+1}{2} + x + \frac{1-x}{5} = 2$

Solución:

$$x = 1$$

68 $\frac{5(1-x)(x-3)}{4} + 14 = 2(x-3)$

Solución:

$$x_1 = -13/5, x_2 = 5$$

69 $\frac{3x+2}{4} - \frac{2x-1}{6} + x = \frac{3x-1}{2} + \frac{3}{4}$

Solución:

$$x = 5$$

70 $\frac{2x+3}{4} - (x-3) = \frac{x-1}{3} + \frac{2x-5}{4}$

Solución:

$$x = 4$$

71 $(x+2)(x-2) = (x+3)^2 - 7$

Solución:

$$x = -1$$

$$72 \quad \frac{x^2 + 1}{5} - \frac{x^2 + x}{10} = \frac{5x - 3}{10}$$

Solución:

$$x_1 = 1, x_2 = 5$$

$$73 \quad 4(x - 2)(x - 1) + 3(x^2 - 1) = 9$$

Solución:

$$x_1 = -2/7, x_2 = 2$$

$$74 \quad 2x(x + 2) - (4 - x)(x - 1) = 7x(x - 1)$$

Solución:

$$x_1 = -1/2, x_2 = 2$$

2. Ecuaciones bicuadradas, racionales e irracionales

Resuelve las siguientes ecuaciones:

$$75 \quad x^6 - 9x^3 + 8 = 0$$

Solución:

$$x_1 = 1, x_2 = 2$$

$$76 \quad x + \frac{12}{x} = 7$$

Solución:

$$x_1 = 3, x_2 = 4$$

$$77 \quad x^4 - 8x^2 - 9 = 0$$

Solución:

$$x_1 = -3, x_2 = 3$$

$$78 \quad \frac{1}{x-1} - \frac{2}{x+2} = \frac{1}{2}$$

Solución:

$$x_1 = -5, x_2 = 2$$

$$79 \quad x = -2 + \sqrt{16 + x^2}$$

Solución:

$$x = 3$$

$$80 \quad x^4 - 25x^2 + 144 = 0$$

Solución:

$$x_1 = -4, x_2 = 4, x_3 = -3, x_4 = 3$$

$$81 \quad \frac{1}{x-3} = \frac{11}{2} - x$$

Solución:

$$x_1 = 7/2, x_2 = 5$$

$$82 \quad x + \sqrt{x} = 6$$

Solución:

$$x = 4$$

$$83 \quad 2x^4 - 3x^2 - 20 = 0$$

Solución:

$$x_1 = -2, x_2 = 2$$

$$84 \quad \sqrt{9-x} = x-3$$

Solución:

$$x = 5$$

$$85 \quad \frac{1}{x+1} + \frac{2}{x+2} = \frac{10}{3}$$

Solución:

$$x_1 = -8/5, x_2 = -1/2$$

$$86 \quad \frac{2}{x-3} + \frac{1}{x+3} = \frac{6}{x^2-9}$$

Solución:

$$x = 1$$

$$87 \quad 11 + \sqrt{x^2 - 5x + 1} = 2x$$

Solución:

$$x = 8$$

$$88 \quad \frac{1}{x} - \frac{1}{x+2} = -\frac{4}{3(x-3)}$$

Solución:

$$x_1 = -9/2, x_2 = 1$$

Ejercicios y problemas

89 $9x^4 - 5x^2 - 4 = 0$

Solución:

$x_1 = -1, x_2 = 1$

90 $\sqrt{x+1} - \sqrt{7x+4} = -3$

Solución:

$x = 3$

91 $\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-2} = \frac{3}{2}$

Solución:

$x_1 = 4/3, x_2 = 3$

92 $\frac{x}{x+1} + \frac{2}{x-1} = \frac{8}{x^2-1}$

Solución:

$x_1 = -3, x_2 = 2$

93 $x^6 - 28x^3 + 27 = 0$

Solución:

$x_1 = 1, x_2 = 3$

94 $\frac{x+2}{x-1} - \frac{4-x}{2x} = \frac{3}{2}$

Solución:

$x = -2$

95 $36x^4 - 13x^2 + 1 = 0$

Solución:

$x_1 = -1/3, x_2 = 1/3, x_3 = -1/2, x_4 = 1/2$

96 $\sqrt{5x-4} + \sqrt{2x+1} = 7$

Solución:

$x = 4$

97 $2x + \sqrt{x^2 - 6x + 2} = 1$

Solución:

$x_1 = -1, x_2 = 1/3$

98 $\frac{x}{x+1} = \frac{4}{9} - \frac{x}{x+4}$

Solución:

$x_1 = -16/7, x_2 = 1/2$

99 $\frac{x}{x+2} + \frac{x+2}{x} = -2$

Solución:

$x = -1$

100 $\sqrt{5x^2 + 3x - 4} = 4x + 24$

Solución:

$x = -4$

101 $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$

Solución:

$x_1 = -3, x_2 = 3, x_3 = -2, x_4 = 2$

102 $\frac{x-1}{x} - \frac{3x}{3x-2} = \frac{3}{4}$

Solución:

$x_1 = -2, x_2 = 4/9$

103 $6\sqrt{x} = x\sqrt{x+5}$

Solución:

$x_1 = 0, x_2 = 4$

3. Ecuaciones exponenciales y logarítmicas

Resuelve las siguientes ecuaciones:

104 $4^x + 2^5 = 3 \cdot 2^{x+2}$

Solución:

$x_1 = 2, x_2 = 3$

105 $2^{5-x^2} = \frac{1}{16}$

Solución:

$x_1 = -3, x_2 = 3$

$$106 \quad 5^{2x-2} - 6 \cdot 5^x + 125 = 0$$

Solución:

$$x_1 = 2, x_2 = 3$$

$$107 \quad 2^x + 2^{x+1} = 3^x + 3^{x-1}$$

Solución:

$$x = 2$$

$$108 \quad 1 + 9^x = 3^{x+1} + 3^{x-1}$$

Solución:

$$x_1 = -1, x_2 = 1$$

$$109 \quad 2^x + \frac{1}{2^{x-2}} = 5$$

Solución:

$$x_1 = 0, x_2 = 2$$

$$110 \quad 6^{2x} = 1296$$

Solución:

$$x = 2$$

$$111 \quad 3^x + \frac{1}{3^{x-1}} = 4$$

Solución:

$$x_1 = 0, x_2 = 1$$

$$112 \quad 5^{1-x} + 5^x = 6$$

Solución:

$$x_1 = 0, x_2 = 1$$

$$113 \quad 3^x \cdot 9^x = 9^3$$

Solución:

$$x = 2$$

$$114 \quad 2^{2x+5} - 5 \cdot 4^{2x-1} + 3125 = 53$$

Solución:

$$x = 3$$

$$115 \quad 2^{x-2} + 28 = 2^{x+2} - 2$$

Solución:

$$x = 3$$

$$116 \quad 3^{x-4} + 5 \cdot 3^x - 3^{x+1} = 163$$

Solución:

$$x = 4$$

$$117 \quad 9^x = 3^x + 6$$

Solución:

$$x = 1$$

$$118 \quad 3^x + 3^{x+1} + 3^{x+2} = 117$$

Solución:

$$x = 2$$

$$119 \quad 2^x = \left(\frac{1}{3}\right)^{x-1}$$

Solución:

$$x = \frac{\log 3}{\log 6} = 0,6131$$

$$120 \quad 5^{x^2+2x} = 1$$

Solución:

$$x_1 = -2, x_2 = 0$$

$$121 \quad e^{x-1} = 2^{x+1}$$

Solución:

$$x = \frac{1 + L 2}{1 - L 2} = 5,5178$$

$$122 \quad 3^{3x-2} = 9^{x^2-2}$$

Solución:

$$x_1 = -1/2, x_2 = 2$$

$$123 \quad \log(x^2 + 3x + 40) = 1 + \log(3x - 1)$$

Solución:

$$x_1 = 2, x_2 = 25$$

Ejercicios y problemas

124 $\log x^2 - \log 3 = \log x + \log 5$

Solución:

$x = 15$

125 $\log x + \log (3x + 5) = 2$

Solución:

$x = 5$

126 $2 \log x - \log (x + 24) = 2$

Solución:

$x = 120$

127 $2 \log x + \log (x^2 + 2) = \log 3$

Solución:

$x = 1$

128 $\log x + \log 4 = \log (x + 1) + \log 3$

Solución:

$x = 3$

129 $2 \log x + \log x^4 = 6$

Solución:

$x = 10$

130 $2 \log x - \log 5x = \log 2$

Solución:

$x = 10$

131 $2 \log x = 4 + \log \frac{x}{10}$

Solución:

$x = 1000$

132 $3 \log 2x - 2 \log x = \log (4x + 1)$

Solución:

$x = 1/4$

133 $3 + \log \frac{3x}{2} = 2 \log x$

Solución:

$x = 1500$

134 $\log (x - 2) = 1 + \log 2 - \log (x - 3)$

Solución:

$x = 7$

135 $\log x = 1 - \log (7 - x)$

Solución:

$x_1 = 2, x_2 = 5$

136 $3 \log (6 - x) - \log (72 - x^3) = 0$

Solución:

$x_1 = 2, x_2 = 4$

137 $\log \sqrt{3x + 1} + \log 5 = 1 + \log \sqrt{2x - 3}$

Solución:

$x = 13/5$

138 $(x^2 - 5x + 5) \log 5 + \log 20 = \log 4$

Solución:

$x_1 = 2, x_2 = 3$

4. Resolución de problemas

139 Halla dos números tales que su suma sea 10 y la diferencia de sus cuadrados sea 60

Solución:

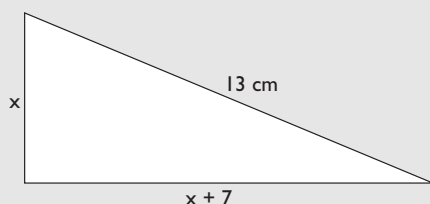
Número = x

$x^2 - (10 - x^2) = 60$

$x = 8$

Los números son 2 y 8

140 La hipotenusa de un triángulo rectángulo mide 13 cm. Si el cateto mayor mide 7 cm más que el cateto menor, ¿cuál es la longitud de los catetos?

Solución:

$$x^2 + (x + 7)^2 = 13^2$$

$$x = 5, x = -12$$

Los catetos miden 5 cm y 12 cm

La solución negativa no es válida.

- 141** Se mezcla avena de 0,4 €/kg y centeno de 0,25 €/kg para hacer pienso para vacas. Si se hacen 5 000 kg de pienso a 0,31 €/kg, ¿cuántos kilos de avena y de centeno se han utilizado?

Solución:

	Avena	Centeno	Mezcla
Peso (kg)	x	5 000 - x	5 000
Precio (€/kg)	0,4	0,25	0,31
Dinero (€)	$0,4x + 0,25(5\,000 - x) = 5\,000 \cdot 0,31$		

$$0,4x + 0,25(5\,000 - x) = 5\,000 \cdot 0,31$$

$$x = 2\,000$$

Avena: 2 000 kg

Centeno: 3 000 kg

- 142** Un coche y una moto salen a la vez de dos ciudades, A y B, el uno hacia el otro por la misma carretera. La velocidad del coche es de 100 km/h y la velocidad de la moto es de 70 km/h. Si la distancia entre las ciudades es de 340 km, ¿cuánto tiempo tardarán en encontrarse?

Solución:

$$\text{Tiempo} = x$$

$$100x + 70x = 340$$

$$x = 2$$

Tardan 2 h en encontrarse.

- 143** Dos obreros, trabajando juntos, tardan 12 días en realizar una obra. Se sabe que el segundo obrero, trabajando solo, tardaría 10 días más que el primero. Calcula el tiempo que emplean en realizar dicha obra por separado.

Solución:

Tiempo que tarda el primer obrero: x

Tiempo que tarda el segundo obrero: x + 10

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x + 10} = \frac{1}{12}$$

$$x = 20, x = -6$$

El primer obrero tarda 20 días y el segundo 30 días.

La solución negativa no tiene sentido.

- 144** Varios amigos han preparado un viaje de vacaciones que cuesta 4 000 €. Un amigo tiene problemas y los demás deciden pagar 200 € más cada uno. Calcula el número de amigos que son.

Solución:

$$\text{N}^\circ \text{ de amigos} = x$$

$$\frac{4\,000}{x} + 200 = \frac{4\,000}{x - 1}$$

$$x = 5, x = -4$$

El número de amigos son 5

La solución negativa no tiene sentido.

- 145** La edad de un padre es seis veces la del hijo. Si dentro de dos años la edad del padre será cinco veces la del hijo, calcula la edad de cada uno.

Solución:

	Hoy	Dentro de 2 años
Edad del hijo	x	x + 2
Edad del padre	6x	6x + 2

$$6x + 2 = 5(x + 2) \Rightarrow x = 8$$

La edad del hijo: 8 años.

La edad del padre: 48 años.

Ejercicios y problemas

Para ampliar

146 $\frac{9}{x+2} + \frac{9}{x^2+4x+4} = 10$

Solución:

$x_1 = -13/5, x_2 = -1/2$

147 $\sqrt[3]{4-x} = 2$

Solución:

$x = -4$

148 $3^{x^2-4} + 3^{x^2-5} = 162 \cdot 2^{x^2-8}$

Solución:

$x_1 = -3, x_2 = 3$

149 $\frac{x}{x+3} = \frac{3}{2} - \frac{4}{x+1}$

Solución:

$x_1 = -5, x_2 = 3$

150 $\log \sqrt[4]{x^3} - \log \sqrt{10} = \frac{1}{4}$

Solución:

$x = 10$

151 $2^{x-1} + \frac{1}{2^{x-3}} = 5$

Solución:

$x_1 = 1, x_2 = 3$

152 $\frac{x+1}{x-3} + \frac{x-3}{x+1} = \frac{26}{5}$

Solución:

$x_1 = -2, x_2 = 4$

153 $\sqrt{x+2} + \sqrt{x-3} = 5$

Solución:

$x = 7$

154 $3^{1-x} + 3^{2-x} = \frac{4}{27}$

Solución:

$x = 4$

155 $\frac{x+3}{x-5} + 2 = -\frac{2}{x-3}$

Solución:

$x_1 = 11/3, x_2 = 1$

156 $x^2 - \frac{4x^2}{x^2+4x+4} = 0$

Solución:

$x_1 = -4, x_2 = 0$

157 $4^x - 2^{x-1} - 14 = 0$

Solución:

$x = 2$

158 $\frac{x-3}{1-x^2} - \frac{x+2}{1+x} = \frac{1}{1-x}$

Solución:

$x_1 = -3, x_2 = 2$

159 $\frac{x^2+4x+4}{x^2+2x+1} = \frac{4x+5}{4x}$

Solución:

$x_1 = -5/3, x_2 = 1$

160 $5^{x-1} = 2 + \frac{3}{5^{x-2}}$

Solución:

$x = 2$

161 $\sqrt{x^2-3x} + \sqrt{x^2+x+4} = 4$

Solución:

$x_1 = -1, x_2 = 3$

162 $\frac{x}{\sqrt{x}} = x - \sqrt{x}$

Solución:

$$x = 4$$

$$163 \quad \sqrt{x+2} + \sqrt{x+1} = \frac{5}{\sqrt{x+2}}$$

Solución:

$$x = 7/9$$

$$164 \quad 4^x = 3 \cdot 2^{x+1} - 8$$

Solución:

$$x_1 = 1, x_2 = 2$$

$$165 \quad \frac{2\sqrt{x}}{3-\sqrt{x}} = \frac{3+\sqrt{x}}{3\sqrt{x}}$$

Solución:

$$x = 9/7$$

$$166 \quad \sqrt{4 + \sqrt{3x^2 - 2}} = x$$

Solución:

$$x = 3$$

$$167 \quad 2^{x-2} + 2^{x-1} + 2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} + 2^{x+3} = 504$$

Solución:

$$x = 5$$

$$168 \quad 2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} = 3^x + 3^{x-1} + 3^{x-2}$$

Solución:

$$x = \frac{\log 7 - \log 13 + \log 9}{\log 3 - \log 2} = 3,8923$$

$$169 \quad \log \sqrt{7x+3} + \log \sqrt{4x+5} = \frac{1}{2} + \log 3$$

Solución:

$$x = 1$$

$$170 \quad \log \sqrt[3]{x} - \log \sqrt[3]{4} = \frac{1}{3}$$

Solución:

$$x = 40$$

$$171 \quad \frac{\log(10-x^2)}{\log(5-2x)} = 2$$

Solución:

$$x = 1$$

Problemas

172 Halla las raíces de una ecuación de segundo grado, sabiendo que su suma es 10 y su producto es 21

Solución:

Suma de las raíces: $S = 10$

Producto de las raíces: $P = 21$

$$x^2 - 10x + 21 = 0$$

$$x_1 = 7, x_2 = 3$$

173 Halla un número tal que al elevarlo al cuadrado sea 210 unidades mayor.

Solución:

Número = x

$$x + 210 = x^2$$

$$x = 15, x = -14$$

El número es 15 o -14

Ejercicios y problemas

- 174** Halla un número que exceda a su raíz cuadrada en 156 unidades.

Solución:

$$\text{Número} = x$$

$$x = \sqrt{x} + 156$$

$$x = 169$$

El número es 169

- 175** Halla dos números enteros sabiendo que el mayor excede en 6 unidades al menor, y la suma de sus inversos es $\frac{4}{9}$

Solución:

$$\text{Número menor} = x$$

$$\text{Número mayor} = x + 6$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+6} = \frac{4}{9}$$

$$x = -9/2, x = 3$$

Los números son 3 y 9

La solución $-9/2$ no se acepta porque no es entera.

- 176** Halla dos números pares consecutivos cuyo producto exceda a su suma en 142 unidades.

Solución:

$$\text{Primer número} = 2x$$

$$\text{Segundo número} = 2x + 2$$

$$2x(2x + 2) = 2x + 2x + 2 + 142$$

$$x = -6, x = 6$$

Los números son 12, 14 y $-12, -10$

- 177** El dividendo de una división es 136 y el cociente y el resto son iguales. Si el divisor es el doble que el cociente, ¿cuál es el divisor?

Solución:

$$\text{Cociente} = x$$

$$\text{Resto} = x$$

$$\text{Divisor} = 2x$$

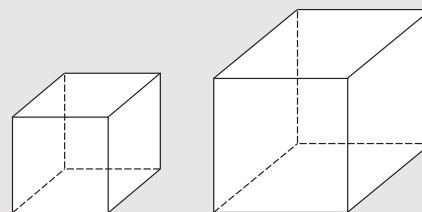
$$2x \cdot x + x = 136$$

$$x = -17/2, x = 8$$

El divisor es 16

- 178** Si se aumenta 2 cm la longitud de cada una de las aristas de un cubo, el volumen del mismo aumenta 218 cm^3 . Calcula la longitud de la arista.

Solución:



$$\text{Arista} = x$$

$$(x + 2)^3 = x^3 + 218$$

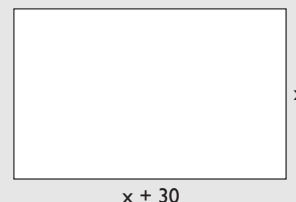
$$x = 5, x = -7$$

La arista mide 5 cm

La solución negativa no tiene sentido.

- 179** Una finca rectangular tiene una superficie de 4000 m^2 . Si un lado de la finca tiene 30 m más que el otro, calcula las dimensiones de la finca.

Solución:



$$x(x + 30) = 4000$$

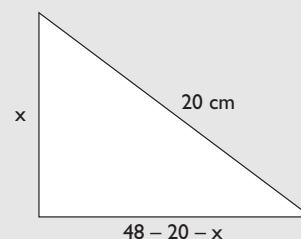
$$x = 50, x = -80$$

Las dimensiones son 50 m por 80 m

La solución negativa no tiene sentido.

- 180** El perímetro de un triángulo rectángulo mide 48 cm, y su hipotenusa mide 20 cm. Calcula la longitud de los catetos.

Solución:



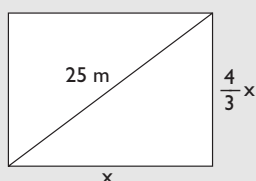
$$x^2 + (48 - 20 - x)^2 = 20^2$$

$$x = 12, x = 16$$

Los catetos miden 12 cm y 16 cm

- 181** La diagonal de un rectángulo mide 25 cm. Calcula las dimensiones del rectángulo, sabiendo que la altura es $\frac{4}{3}$ de la base.

Solución:



$$x^2 + \left(\frac{4x}{3}\right)^2 = 25^2$$

$$x = 15, x = -15$$

Las dimensiones son 15 cm y 20 cm

La solución negativa no tiene sentido.

- 182** Se tiene un cuadrado cuyo lado es 5 cm mayor que el lado de otro cuadrado. Si entre los dos cuadrados se tienen 233 cm^2 , calcula el área de cada uno de ellos.

Solución:



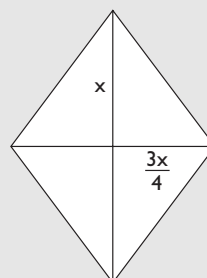
$$x^2 + (x + 5)^2 = 233$$

$$x = 8, x = -13$$

El área es de 64 cm^2 y de 169 cm^2

- 183** Calcula la longitud de las diagonales de un rombo de 96 cm^2 de área, sabiendo que la diagonal menor es $\frac{3}{4}$ de la diagonal mayor.

Solución:



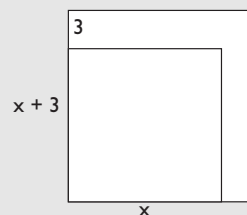
$$\frac{x \cdot \frac{3x}{4}}{2} = 96$$

$$x = -16, x = 16$$

Las diagonales miden 12 cm y 16 cm

- 184** Si se aumenta en tres centímetros el lado de un cuadrado, el área aumenta en 81 cm^2 . Calcula la longitud del lado del cuadrado inicial.

Solución:



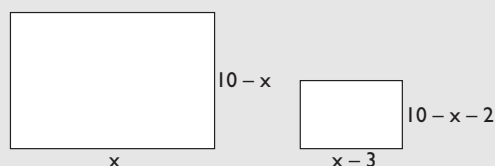
$$(x + 3)^2 = x^2 + 81$$

$$x = 12$$

La longitud del cuadrado inicial es 12 cm

- 185** Se tiene un rectángulo de 20 cm de perímetro. Si se reduce en 3 cm la base y en 2 cm la altura, el área disminuye en 18 cm^2 . Calcula las dimensiones del rectángulo.

Solución:



$$x(10 - x) = (x - 3)(10 - x - 2) + 18$$

$$x = 6$$

Las dimensiones del rectángulo son 6 cm y 4 cm

Ejercicios y problemas

- 186** Se funde plata de ley 0,7 con plata de ley 0,9 para conseguir una aleación de 100 g de una ley 0,74. Calcula la cantidad de cada tipo de plata que se ha usado.



Solución:

	Plata	Plata	Aleación
Peso (g)	x	100 - x	100
Ley	0,7	0,9	0,74
	$0,7x + 0,9(100 - x) = 100 \cdot 0,74$		

$$0,7x + 0,9(100 - x) = 100 \cdot 0,74$$

$$x = 80$$

Plata de ley 0,7 pesa 80 gramos.

Plata de ley 0,9 pesa 20 gramos.

- 187** Se mezcla leche del tipo A, con un 4% de grasa, con otra leche del tipo B, con un 8% de materia grasa. Si se obtienen 40 litros de mezcla con un 6% de materia grasa, ¿cuántos litros de cada tipo de leche se han utilizado?

Solución:

	Leche A	Leche B	Mezcla
Capacidad (l)	x	40 - x	40
Grasa	0,04	0,08	0,06
	$0,04x + 0,08(40 - x) = 40 \cdot 0,06$		

$$0,04x + 0,08(40 - x) = 40 \cdot 0,06$$

$$x = 20$$

Leche A: 20 litros.

Leche B: 20 litros.

- 188** A las nueve de la mañana, Alba sale en bicicleta de una población A, a una velocidad de 12 km/h. Dos horas después, sale en su búsqueda Pablo con una motocicleta a 32 km/h. ¿A qué hora alcanzará Pablo a Alba?

Solución:

Tiempo que emplea Alba = x

Tiempo que emplea Pablo = x - 2

$$12x = 32(x - 2)$$

$$x = 16/5 = 3,2$$

Se emplea 3 horas y 12 minutos, luego Pablo alcanza a Alba a las 12h 12 min

- 189** Dos autobuses de línea salen a la misma hora de dos ciudades, A y B, separadas por 400 km. Los dos autobuses salen por la misma carretera el uno hacia el otro. Si el autobús que sale de A lleva una velocidad de 90 km/h y el que sale de B lleva una velocidad de 110 km/h, ¿cuánto tiempo tardarán en encontrarse?

Solución:

Tiempo que tardan en encontrarse = x

$$90x + 110x = 400$$

$$x = 2$$

Tardan 2 horas en encontrarse.

- 190** Un grifo B tarda en llenar un depósito 4 h más que otro grifo A. Si a la vez llenan el depósito en 1 h 30 min, ¿cuánto tardarán en llenar el depósito por separado?

Solución:

Tiempo que tarda en llenar el depósito el grifo A = x

Tiempo que tarda en llenar el depósito el grifo B = x + 4

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+4} = \frac{1}{\frac{3}{2}} \Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{x+4} = \frac{2}{3}$$

$$x = -3, x = 2$$

El grifo A tarda 2 horas, y el B, 6 horas.

La solución negativa no tiene sentido.

- 191** Dos desagües abiertos a la vez vacían un depósito en 15 h. Si se abre solo uno de ellos, tardaría en vaciar el depósito 16 h menos que el otro. Calcula el tiempo que tardan en vaciar el depósito los dos desagües por separado.

Solución:

Tiempo que tarda en vaciar el depósito el primer desagüe = x

Tiempo que tarda en vaciar el depósito el segundo desagüe = $x - 16$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x-16} = \frac{1}{15}$$

$$x = 40, x = 6$$

Tiempo que tarda en vaciar el depósito el primer desagüe = 40 h

Tiempo que tarda en vaciar el depósito el segundo desagüe = 24 h

La solución $x = 6$ no tiene sentido.

- 192** Se han comprado por 37 € unas zapatillas de deporte y un balón que costaban 50 €. Si en las zapatillas han rebajado el 20%, y en el balón, el 30%, ¿cuál era el precio inicial de cada producto?

Solución:

Precio de las zapatillas = x

Precio del balón = $50 - x$

$$0,8x + 0,7(50 - x) = 37$$

$$x = 20$$

El precio de las zapatillas es 20 €, y el del balón, 30 €

- 193** Se han pagado 450 € por un lector de DVD y una tarjeta de red que ahora se deben cambiar. Si en la venta se pierde el 30% en el lector de DVD, y el 60% en la tarjeta, y se han obtenido 288 €, ¿cuál era el precio inicial de los dos artículos?

Solución:

Precio del DVD = x

Precio de la tarjeta = $450 - x$

$$0,7x + 0,4(450 - x) = 288$$

$$x = 360$$

El precio del DVD es 360 € y el de la tarjeta 90 €

- 194** Un grupo de estudiantes alquila un piso por 500 € al mes. Si aumentase el grupo en uno más, se ahorrarían 25 € cada uno. ¿Cuántos estudiantes son?

Solución:

Número de estudiantes = x

$$\frac{500}{x} = \frac{500}{x+1} + 25$$

$$x = -5, x = 4$$

Son 4 estudiantes.

La solución negativa no tiene sentido.

- 195** Pablo tiene 15 años, y su madre, 40. ¿Cuántos años deben transcurrir para que la edad de la madre sea el doble que la de Pablo?

Solución:

	Hoy	Dentro de x años
Pablo	15	$15 + x$
Madre	40	$40 + x$

$$40 + x = 2(15 + x)$$

$$x = 10$$

Dentro de 10 años.

- 196** Un padre tiene el quintuplo de la edad de su hijo. Si el padre tuviera 20 años menos y el hijo 8 años más, la edad del padre sería el doble que la del hijo. Calcula la edad actual de cada uno.

Solución:

	Hoy	
Edad del hijo	x	$x + 8$
Edad del padre	$5x$	$5x - 20$

$$2(x + 8) = 5x - 20$$

$$x = 12$$

El hijo tiene 12 años, y su padre, 60

- 197** La edad de una madre y un hijo suman 60 años, y dentro de dos años la edad de la madre será el triple de la del hijo. Calcula la edad actual de cada uno.

Solución:

	Hoy	Dentro de 2 años
Edad del hijo	x	$x + 2$
Edad de la madre	$60 - x$	$60 - x + 2$

$$3(x + 2) = 60 - x + 2$$

$$x = 14$$

El hijo tiene 14 años, y su madre, 46

- 198** Se tiene un cultivo con células que se reproducen por bipartición cada hora. Si se tienen inicialmente 5 células, ¿cuántas horas han de transcurrir para que en el cultivo haya 5120 células?

Ejercicios y problemas

Solución:

Tiempo = x

$$5 \cdot 2^x = 5\,120$$

$$x = 10$$

Deben transcurrir 10 horas.

- 199** Una población de peces se reproduce según la fórmula $N = 40 \cdot 3^t$, donde N es el número de peces y t es el número de años. ¿Cuántos años deben transcurrir para que haya más de 500 000 peces?

Solución:

Tiempo = t

$$40 \cdot 3^t = 500\,000$$

$$t = 8,59 \text{ años.}$$

Para que haya más de 500 000 deberán pasar 8,59 años.

Para profundizar

- 200** Resuelve la siguiente ecuación:

$$\frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-2}} + \frac{\sqrt{x-2}}{\sqrt{x+1}} = \frac{5}{2}$$

Solución:

$$x_1 = 3, x_2 = -2 \text{ (no es válida)}$$

- 201** Resuelve la siguiente ecuación:

$$5\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{x^2} = 6$$

(Haz el cambio de variable $z = \sqrt[3]{x}$)

Solución:

$$x_1 = 8, x_2 = 27$$

- 202** Halla un número tal que al sumarle 6 unidades sea un cuadrado perfecto, y al restarle 6 unidades su resultado sea la raíz del cuadrado perfecto anterior.

Solución:

Número = x

$$x - 6 = \sqrt{x + 6}$$

$$x = 10$$

- 203** Halla dos números enteros consecutivos tales que la diferencia de sus cubos sea 61

Solución:

Primer número = x

Segundo número = $x + 1$

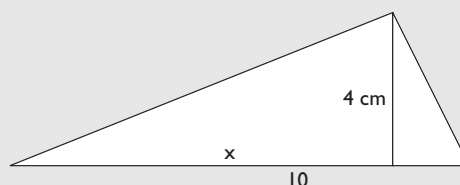
$$(x + 1)^3 - x^3 = 61$$

$$x = -5, x = 4$$

Los números son 4 y 5, o bien -4 y -5

- 204** En un triángulo rectángulo, la hipotenusa mide 10 cm, y su altura correspondiente mide 4 cm. ¿Cuánto miden los segmentos que el pie de dicha altura determina sobre la hipotenusa?

Solución:



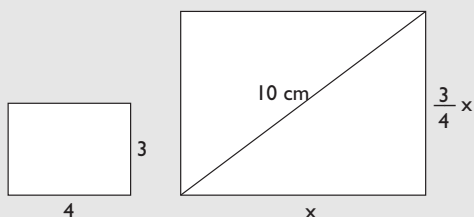
$$x(10 - x) = 4^2$$

$$x = 8, x = 2$$

Los segmentos miden 8 cm y 2 cm

- 205** La diagonal de un rectángulo mide 10 cm. Calcula las dimensiones de dicho rectángulo, sabiendo que es semejante a otro rectángulo cuyos lados miden 3 cm y 4 cm

Solución:



$$x^2 + (3x/4)^2 = 10^2$$

$$x = -8, x = 8$$

Las dimensiones son 8 cm y 6 cm, respectivamente.

- 206** Se alean dos lingotes de oro. Uno de ellos con una ley 0,75, y otro con una ley 0,6. Si se han conseguido 500 gramos de aleación con una ley 0,69, ¿cuántos gramos pesaba cada lingote de oro?

Solución:

	Oro	Oro	Aleación
Peso (g)	x	500 - x	500
Ley	0,75	0,6	0,69
	$0,75x + (500 - x)0,6 = 500 \cdot 0,69$		

$$0,75x + (500 - x)0,6 = 500 \cdot 0,69$$

$$x = 300$$

Oro de ley 0,75 pesa 300 gramos.

Oro de ley 0,6 pesa 200 gramos.

- 207** Una moto y un coche salen a la misma hora de la ciudad A en dirección a la ciudad B, que dista 80 km. La velocidad de la moto es $\frac{4}{5}$ de la velocidad del coche, y llega 12 minutos más tarde que éste. Calcula las velocidades de los dos vehículos.

Solución:

Tiempo que tarda el coche = x

Tiempo que tarda la moto = x + 0,2

$$\frac{4}{5} \cdot \frac{80}{x} = \frac{80}{x + 0,2}$$

$$x = \frac{4}{5} = 0,8 \text{ h} = 48 \text{ min}$$

El coche lleva una velocidad de 100 km/h, y la moto, de 80 km/h

- 208** Un alumno ha obtenido una nota final de 6,4 puntos en matemáticas. Los exámenes valen el 80% de la nota, y los trabajos, el 20%. Sabiendo que entre exámenes y trabajos suma 14 puntos, ¿qué nota sacó en cada apartado?

Solución:

Nota de exámenes = x

Nota de trabajos = 14 - x

$$0,8x + 0,2(14 - x) = 6,4$$

$$x = 6$$

En los exámenes sacó un 6 y en los trabajos un 8

- 209** Un padre tiene 45 años, y sus hijos, 10 y 8 años. ¿Cuántos años han de transcurrir para que la edad del padre sea igual a la suma de las edades de los hijos?

Solución:

	Hoy	Dentro de x años
Edad del padre	45	45 + x
Edad del 1º hijo	10	10 + x
Edad del 2º hijo	8	8 + x

$$45 + x = 10 + x + 8 + x$$

$$x = 27$$

Deben transcurrir 27 años.

- 210** Una sustancia radiactiva tiene un período de semi-desintegración de 10 años, es decir, que cada 10 años la masa de la sustancia se reduce a la mitad. Si se tienen 400 g de dicha sustancia, ¿en cuánto tiempo se trasformarán en 25 g?

Solución:

Período = x

$$400(1/2)^x = 25$$

$$x = 4$$

Tienen que transcurrir $4 \cdot 10 = 40$ años.

- 211** Se ha comprado un ordenador por 1 200 €, y se sabe que su valor se deprecia un 20% cada año. ¿Cuánto tiempo debe transcurrir para que el ordenador valga menos de 400 €?

Solución:

Tiempo = x

$$1\,200 \cdot 0,8^x = 400$$

$$x = 4,92$$

Tienen que transcurrir 4,92 años.

Aplica tus competencias

212 Unos solares cuestan 60 000 € y hay una inflación constante del 10%. ¿Cuántos años deberán transcurrir para que el terreno valga 87 846 €?

Solución:

Nº de años = x

$$60\,000 \cdot 1,1^x = 87\,846$$

$$x = 4$$

Transcurrirán 4 años.

Comprueba lo que sabes

- 1** Descomposición factorial del trinomio de 2º grado. Pon un ejemplo.

Solución:

La descomposición factorial del trinomio de 2º grado es:

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

donde x_1 y x_2 son raíces de la ecuación

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Ejemplo

Halla la descomposición factorial de

$$x^2 - 2x - 15$$

En primer lugar, se hallan las raíces de la ecuación $x^2 - 2x - 15 = 0$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 60}}{2} = \frac{2 \pm 8}{2} = \begin{cases} x_1 = 5 \\ x_2 = -3 \end{cases}$$

La descomposición factorial es:

$$x^2 - 2x - 15 = (x - 5)(x + 3)$$

- 2** Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $\frac{x+1}{4} - \frac{3x-2}{12} = \frac{x-1}{3} - \frac{1}{4}$

b) $x^4 - 10x^2 + 9 = 0$

Solución:

a) $x = 3$

b) Haciendo $z = x^2$

$$z^2 - 10z + 9 = 0 \Rightarrow z = 1, z = 9$$

Si $z = 1 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = -1, x = 1$

Si $z = 9 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = -3, x = 3$

Las soluciones son:

$$x_1 = -1, x_2 = 1, x_3 = -3, x_4 = 3$$

- 3** Resuelve la siguiente ecuación:

$$\frac{x}{x+3} + \frac{x-1}{x+2} = -\frac{5}{2}$$

Solución:

$$\text{m.c.m.}(x+3, x+2, 2) = 2(x+3)(x+2)$$

$$x \cdot 2(x+2) + (x-1) \cdot 2(x+3) =$$

$$= -5(x+3)(x+2)$$

$$4x^2 + 8x - 6 = -5x^2 - 25x - 30$$

$$9x^2 + 33x + 24 = 0$$

$$x = -8/3, x = -1$$

- 4** Resuelve la siguiente ecuación:

$$4 + \sqrt{x+2} = x$$

Solución:

$$4 + \sqrt{x+2} = x$$

$$\sqrt{x+2} = x - 4$$

$$x + 2 = x^2 - 8x + 16$$

$$x^2 - 9x + 14 = 0$$

$$x = 7, x = 2$$

Comprobación:

$$\text{Si } x = 7 \Rightarrow \begin{cases} 4 + \sqrt{7+2} = 4 + 3 = 7 \\ x = 7 \end{cases} \Rightarrow 7 = 7$$

$$\text{Si } x = 2 \Rightarrow \begin{cases} 4 + \sqrt{2+2} = 4 + 2 = 6 \\ x = 2 \end{cases} \Rightarrow 6 \neq 2$$

La solución es $x = 7$

- 5** Resuelve la siguiente ecuación:

$$9^x - 6 \cdot 3^x - 27 = 0$$

Solución:

$$3^{2x} - 6 \cdot 3^x - 27 = 0$$

Haciendo $z = 3^x$

$$z^2 - 6z - 27 = 0$$

$$z = 9, z = -3$$

Si $z = 9 \Rightarrow 3^x = 9 \Rightarrow x = 2$

Si $z = -3 \Rightarrow 3^x \neq -3$ (3^x no puede ser negativo)

La solución es: $x = 2$

- 6** Resuelve la siguiente ecuación:

$$\log(33 - x) = \log x - 1$$

Solución:

$$\log(33 - x) - \log x = \log \frac{1}{10}$$

$$\log \frac{33 - x}{x} = \log \frac{1}{10}$$

$$\frac{33 - x}{x} = \frac{1}{10}$$

$$330 - 10x = x \Rightarrow x = 30$$

Comprueba lo que sabes

- 7** María tiene 12 años, y su madre, 40 años. ¿Cuántos años deben transcurrir para que la edad de la madre sea el triple que la de María?

Solución:

	Hoy	Dentro de x años
Edad de María	12	$12 + x$
Edad de la madre	40	$40 + x$

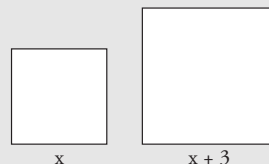
$$3(12 + x) = 40 + x$$

$$x = 2$$

Tienen que transcurrir 2 años.

- 8** Se tiene un cuadrado cuyo lado es 3 cm mayor que el lado de otro cuadrado. Si entre los dos cuadrados tienen 149 cm^2 de área, ¿cuál es el área de cada uno de ellos?

Solución:



$$x^2 + (x + 3)^2 = 149$$

$$x^2 + x^2 + 6x + 9 = 149$$

$$2x^2 + 6x - 140 = 0$$

$$x = 7, x = -10$$

Las áreas son 49 cm^2 y 100 cm^2

Paso a paso

213 Resuelve la siguiente ecuación:

$$x^4 - 5x^2 + 4 = 0$$

Haz la interpretación gráfica para comprobarlo.

Solución:

Resuelto en el libro del alumnado.

214 Resuelve la siguiente ecuación:

$$\frac{2x-3}{x-1} - \frac{x+2}{x+3} = \frac{1}{5}$$

Solución:

Resuelto en el libro del alumnado.

215 Resuelve la siguiente ecuación:

$$9^x - 7 \cdot 3^x - 18 = 0$$

Solución:

Resuelto en el libro del alumnado.

216 Resuelve la siguiente ecuación:

$$\log(5x+3) - \log x = 1$$

Solución:

Resuelto en el libro del alumnado.

Plantea los siguientes problemas y resuélvelos con ayuda de Wiris o Derive:

217 Halla dos números enteros consecutivos tales que su suma dividida entre su producto sea $5/6$

Solución:

Resuelto en el libro del alumnado.

218 Internet. Abre: www.editorial-bruno.es y elige **Matemáticas, curso y tema.**

Practica**219** Resuelve la siguiente ecuación:

$$\frac{x-2}{2} - \frac{x+1}{6} + \frac{7}{3} = x + \frac{3}{4}$$

Solución:

$$x = 5/8$$

220 Resuelve la siguiente ecuación:

$$x^4 - 17x^2 + 16 = 0$$

Haz la interpretación gráfica para comprobarlo.

Solución:

$$x_1 = -4, x_2 = 4, x_3 = -1, x_4 = 1$$

221 Resuelve la siguiente ecuación:

$$x^6 - 26x^3 - 27 = 0$$

Haz la interpretación gráfica para comprobarlo.

Solución:

$$x_1 = -1, x_2 = 3$$

222 Resuelve la ecuación:

$$\frac{x}{x+3} + \frac{x-2}{x-1} = 1$$

Solución:

$$x_1 = -1, x_2 = 3$$

223 Resuelve la ecuación:

$$3 + \sqrt{2x-5} = x - 1$$

Solución:

$$x = 7$$

224 Resuelve la ecuación:

$$\sqrt{2x+1} + \sqrt{3x+4} = 7$$

Solución:

$$x = 4$$

225 Resuelve la ecuación:

$$2^{x+3} + 2^x = 72$$

Solución:

$$x = 3$$

226 Resuelve la ecuación:

$$5^{x-2} - 3^x = 0$$

Solución:

$$x = 6,3013$$

227 Resuelve la ecuación:

$$\log(22-x) = \log x - 1$$

Solución:

$$x = 20$$

Plantea los siguientes problemas y resuélvelos con ayuda de Wiris o Derive:

228 Halla un número que exceda a su raíz cuadrada en 156 unidades.**Solución:**

$$\text{Número} = x$$

$$x = \sqrt{x} + 156$$

$$x = 169$$

El número es 169

229 En un triángulo rectángulo uno de los catetos mide 3 cm más que el otro, y la hipotenusa mide 3 cm más que el cateto mayor. Calcula la longitud de los tres lados.**Solución:**Longitud del cateto menor: x Longitud del cateto mayor: $x + 3$ Longitud de la hipotenusa: $x + 3 + 3 = x + 6$

$$x^2 + (x+3)^2 = (x+6)^2$$

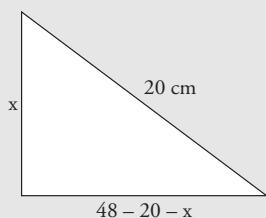
$$x_1 = 9, x_2 = -3$$

Si la longitud del cateto menor es 9 cm, la del cateto mayor es $9 + 3 = 12$ cm y la de la hipotenusa es $12 + 3 = 15$ cm

La solución $x = -3$ no es válida porque no tiene sentido.

- 230** El perímetro de un triángulo rectángulo mide 48 cm, y su hipotenusa mide 20 cm. Calcula la longitud de los catetos.

Solución:



$$x^2 + (48 - 20 - x)^2 = 20^2$$

$$x = 12, x = 16$$

Los catetos miden 12 cm y 16 cm

- 231** Se han pagado 450 € por un lector de DVD y una tarjeta de red que ahora se deben cambiar. Si en la venta se pierde el 30% en el lector de DVD, y el 60% en la tarjeta, y se han obtenido 288 €, ¿cuál era el precio inicial de los dos artículos?

Solución:

$$\text{Precio del DVD} = x$$

$$\text{Precio de la tarjeta} = 450 - x$$

$$0,7x + 0,4(450 - x) = 288$$

$$x = 360$$

El precio del DVD es 360 €, y el de la tarjeta, 90 €

- 232** Una población de peces se reproduce según la fórmula $N = 40 \cdot 3^t$, donde N es el número de peces y t es el número de años. ¿Cuántos años deben transcurrir para que haya más de 500 000 peces?

Solución:

$$\text{Tiempo} = t$$

$$40 \cdot 3^t = 500\,000$$

$$t = 8,5867$$

Para que haya más de 500 000 deberán pasar de 8,59 años.